ZAGADNIENIA
EKSPLOATACJI
MASZYN
Zeszyt 3 (151) 2007

RYSZARD SZCZEPANIK*, HENRYK TOMASZEK**, MICHAŁ JASZTAL***

Zarys metody wyznaczenia ryzyka uszkodzenia i trwałości zmęczeniowej wybranych elementów konstrukcji lotniczych w warunkach eksploatacji z zastosowaniem wzoru Parisa dla $m \neq 2$

Słowa kluczowe

Pękanie zmęczeniowe, współczynnik intensywności naprężeń, stan graniczny, widmo obciążeń elementu, ryzyko uszkodzenia.

Keywords

Fatigue crack, stress intensity factor, limiting state, load spectrum, damage risk.

Streszczenie

W artykule przedstawiony jest zarys metody określenia ryzyka uszkodzenia katastroficznego elementu konstrukcji w aspekcie zmęczenia pracującego pod obciążeniem zmiennym, jakie powstaje w czasie lotu statku powietrznego.

Otrzymane zależności zostały następnie wykorzystane do oszacowania trwałości zmęczeniowej dla przyjętego poziomu ryzyka powstania uszkodzenia.

Zasadniczą sprawą w przedstawionym artykule jest określenie funkcji rozkładu przyrostu pęknięcia w funkcji nalotu statku powietrznego. Do modelowania wzrostu pęknięcia w funkcji nalotu zastosowano równanie różnicowe, z którego po przekształceniu otrzymano równanie Fokkera-Plancka. Rozwiązaniem tego równania jest poszukiwana funkcja gęstości długości pęknięcia.

* Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa 46, tel. 022 685 20 01.
** Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, ul. Księcia Bolesława 6, 01-494 Warszawa 46, tel. 022 685 19 56 oraz Wydział Mechatroniki Wojskowa Akademia Techniczna ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa.
*** Wydział Mechatroniki, Wojskowa Akademia Techniczna, ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, tel. 022 683 98 51.

1. Wprowadzenie

W pracy [1] podana została metoda określenia rozkładu czasu wzrostu pęknięcia zmęczeniowego do wartości granicznej dla wybranych elementów statku powietrznego dla przyjętych założeń i przypadku, gdy stałą materiałową „*m*" we wzorze Parisa można szacować wartością $m = 2$.

Niniejszy artykuł będzie kontynuacją tej tematyki, przyjmując, że stała materiałowa jest różna od dwóch, czyli $m \neq 2$.

Pozostałe założenia pozostają niezmienione i są określone następująco:

1) Czynnikiem destrukcyjnym powodującym wzrost pęknięcia jest obciążenie elementu z uwzględnieniem drgań układu.
2) Zakładamy, że dysponujemy widmem obciążenia elementu z uwzględnieniem drgań, które pozwala wyznaczyć:
   – całkowitą liczbę cykli obciążenia N_c w czasie trwania jednego standardowego lotu (cyklu),
   – maksymalne obciążenie w przyjętych progach widma wynoszą: $\sigma_1^{\max}, \sigma_2^{\max}, ..., \sigma_L^{\max}$ zakładając, że jest L progów w posiadanym widmie,
   – liczba powtórzeń określonych wartości progowych obciążenia w jednym locie (cyklu) wynosi n_i, gdzie:

$$N_c = \sum_{i=1}^{L} n_i$$

3) Wartości maksymalne obciążenia w przyjętych progach ustala się następująco:

$$\sigma_i^{\max} = \frac{\sigma_i^{\max} + \sigma_i^{\min}}{2} + \sigma_i^{a} \quad i = 1, 2, ..., L \tag{1}$$

gdzie: $\sigma_i^{\max}$ – maksymalna wartość obciążenia cyklicznego w *i*-tym progu;
$\sigma_i^{\min}$ – minimalna wartość obciążenia cyklicznego w *i*-tym progu;
σ_i^{a} – amplituda obciążenia cyklicznego w *i*-tym progu.

4) Maksymalne wartości obciążenia w przyjętych progach oraz ich częstości zestawione są w tabeli 1.

Tabela 1.

Wartość maksymalna obciążenia progu	$\sigma_1^{\max}$	$\sigma_2^{\max}$	...	$\sigma_L^{\max}$
Częstość występowania	$\frac{n_1}{N_c} = P_1$	$\frac{n_2}{N_c} = P_2$	...	$\frac{n_L}{N_c} = P_L$

gdzie: $P_1 + P_2 + ... + P_L = 1$

5) Przyjmuje się założenia, że w ramach cyklu (jednego lotu) eksploatacyjnego wystąpienie mniejszego obciążenia po większym lub odwrotnie nie będzie co do skutków działania wymagać dodatkowych zmian.
6) Przyjmuje się, że prędkość narastania długości pęknięcia zmęczeniowego następuje według zależności Parisa:

$$\frac{da}{dN_z} = C(\Delta K)^m \tag{2}$$

gdzie:

ΔK – zakres zmian wartości współczynnika intensywności naprężeń;
C, m – stałe materiałowe;
a – długość pęknięcia;
N_Z – zmienna oznaczająca liczbę cykli obciążenia elementu.

2. Wyznaczenie funkcji gęstości długości pęknięcia elementu w procesie eksploatacji statku powietrznego

Dalej ustala się, że:

- stan techniczny elementu urządzenia określa się wartością długości pęknięcia „a”;
- zmiana długości pęknięcia następuje w trakcie pracy urządzenia;
- wzór Parisa określony zależnością (2) w tym przypadku przyjmuje następującą postać:

$$\frac{da}{dN_z} = C M_K^m (\sigma^{\max})^m \pi^{\frac{m}{2}} a^{\frac{m}{2}} \tag{3}$$

gdzie:

M_K – współczynnik skończoności wymiarów elementu i miejsca położenia pęknięcia;
$\sigma^{\max}$ – obciążenie maksymalne określone zależnością (1).

- zależność (3) można wyrazić w funkcji czasu lub dokładniej w funkcji nalotu statku powietrznego. W tym celu przyjmujemy:

$$N_Z = \lambda t \tag{4}$$

gdzie:

λ – intensywność pojawiania się cykli obciążenia zmęczeniowego elementu konstrukcji (w naszym przypadku intensywność wznawiania cykli obciążenia);
t – nalot statku powietrznego.

W naszym przypadku $\lambda = \frac{1}{\Delta t}$, gdzie Δt, jest czasem trwania cyklu obciążeniowego.

Roboczy wzór dla określenia Δt można przyjąć:

$$\Delta t = \frac{T}{N_c},$$

gdzie: T – czas trwania lotu standardowego.

Zależność (3) w funkcji czasu (nalotu) przyjmuje postać:

$$\frac{da}{d\lambda t} = CM_K^m (\sigma^{\max})^m \pi^{\frac{m}{2}} a^{\frac{m}{2}}.$$

Stąd:

$$\frac{da}{dt} = \lambda C M_K^m (\sigma^{\max})^m \pi^{\frac{m}{2}} a^{\frac{m}{2}} \tag{5}$$

Wykorzystując przyjęte ustalenia i oznaczenia można przystąpić do opisu dynamiki narastania pęknięcia elementu w ujęciu probabilistycznym.

W tym celu wykorzystamy następujące równanie różnicowe:

$$U_{a,t+\Delta t} = P_1 U_{a-\Delta a_1,t} + P_2 U_{a-\Delta a_2,t} + \ldots + P_L U_{a-\Delta a_L,t} \tag{6}$$

gdzie:

- $U_{a,t}$ – prawdopodobieństwo, że dla nalotu równego t długość pęknięcia będzie wynosiła „a”;
- Δa_i – przyrost pęknięcia w przedziale czasu o długości Δt dla wartości naprężenia równego $\sigma_i^{\max}$ $(i = 1, 2, ..., L)$;
- P_i – prawdopodobieństwo wystąpienia w cyklu obciążeniowym elementu naprężenia równego $\sigma_i^{\max}$ określonego zależnością (1) $(i = 1, 2, ..., L)$.

Z równania różnicowego (6) możemy otrzymać po odpowiednich przekształceniach równanie różniczkowe cząstkowe typu Fokkera-Plancka. Równanie to przyjmuje postać:

$$\frac{\partial u(a,t)}{\partial t} = -\alpha(a)\frac{\partial u(a,t)}{\partial a} + \frac{1}{2}\beta(a)\frac{\partial^2 u(a,t)}{\partial a^2} \tag{7}$$

gdzie: $u(a,t)$ – funkcja gęstości długości pęknięcia w funkcji nalotu statku powietrznego.

$$\alpha(a)=\lambda\sum_{i=1}^{L} P_i \Delta a_i \tag{8}$$

$$\beta(a)=\lambda\sum_{i=1}^{L} P_i (\Delta a_i)^2 \tag{9}$$

$$\Delta a_i = C_m (\sigma_i^{\max})^m a^{\frac{m}{2}} \tag{10}$$

$$C_m = C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} \tag{11}$$

Dla m ≠ 2 współczynnik $\alpha(a)$ w równaniu (7) można przedstawić w postaci:

$$\alpha(a) = \lambda C_m\, a^{\frac{m}{2}} \underbrace{[P_1(\sigma_1^{\max})^m + P_2(\sigma_2^{\max})^m + \ldots + P_L(\sigma_L^{\max})^m]}_{E[(\sigma^{\max})^m]} =$$

$$= \lambda C_m\, E[(\sigma^{\max})^m] a^{\frac{m}{2}} = \lambda C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m] \cdot a^{\frac{m}{2}} \tag{12}$$

gdzie:

$$E[(\sigma^{\max})^m] = P_1(\sigma_1^{\max})^m + P_2(\sigma_2^{\max})^m + \ldots + P_L(\sigma_L^{\max})^m \tag{13}$$

Współczynnik $\beta(a)$ w równaniu (7) można przedstawić w postaci:

$$\beta(a)=\lambda\sum_{i=1}^{L} P_i (\Delta a_i)^2$$

$$\beta(a) = \lambda\{[P_1(C_m(\sigma_1^{\max})^m a^{\frac{m}{2}})^2 + P_2(C_m(\sigma_2^{\max})^m a^{\frac{m}{2}})^2 + \ldots + P_L(C_m(\sigma_L^{\max})^m a^{\frac{m}{2}})^2]\} =$$

$$= \underbrace{[P_1(\sigma_1^{\max})^{2m} + P_2(\sigma_2^{\max})^{2m} + \ldots + P_L(\sigma_L^{\max})^{2m}]}_{E\left[\left(\sigma^{\max}\right)^{2m}\right]} \lambda\, C_m^2 a^m = \lambda C_m^2\, E[(\sigma^{\max})^{2m}] a^m \tag{14}$$

Podstawiając za C_m otrzymujemy zależność:

$$\beta(a) = \lambda\, C^2 M_K^{2m} \pi^m E[(\sigma^{\max})^{2m}]a^m \tag{15}$$

Długość pęknięcia „a" występująca we wzorach (12) i (15) wyznaczamy z zależności (5) dla przypadku, gdy m ≠ 2

$$\frac{da}{dt} = \lambda\, C\, M_K^m E[(\sigma^{\max})^m]\pi^{\frac{m}{2}} a^{\frac{m}{2}} \tag{16}$$

$$a = (a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2}\lambda\, C\, M_K^m E[(\sigma^{\max})^m]\pi^{\frac{m}{2}} t)^{\frac{2}{2-m}} \tag{17}$$

Otrzymaną zależność (17) podstawiamy do (12)

$$\alpha(t) = \lambda\, C\, M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m]\cdot[(a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2}\lambda\, C\, M_K^m E[(\sigma_{\max})^m]\pi^{\frac{m}{2}} t)]^{\frac{m}{2-m}} \tag{18}$$

Podstawiając (17) do zależności (15) otrzymamy współczynnik $\beta(a)$ zależny od czasu (nalotu):

$$\beta(t) = \lambda\, C^2 M_K^{2m} \pi^m E[(\sigma^{\max})^{2m}]\cdot\{[a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2}\lambda\, C\, M_K^m E[(\sigma^{\max})^m]\pi^{\frac{m}{2}} t]^{\frac{2}{2-m}}\}]^m \tag{19}$$

Uwzględniając zależności (18) i (19) równanie (7) możemy zapisać następująco:

$$\frac{\partial u(a,t)}{\partial t} = -\alpha(t)\frac{\partial u(a,t)}{\partial a} + \frac{1}{2}\beta(t)\frac{\partial^2 u(a,t)}{\partial a^2} \tag{20}$$

Rozwiązanie równania (20) dla przyjętych oznaczeń ma następującą postać:

$$u(a,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\, A(t)}}\; e^{-\frac{(a-B(t))^2}{2A(t)}} \tag{21}$$

gdzie:

$B(t)$ – jest wartością średnią długości pęknięcia dla nalotu o wartości t;

$A(t)$ – jest wariancją długości pęknięcia dla nalotu przyjmującego wartość t.

Wartość średnia $B(t)$ jest rozwiązaniem całki:

$$B(t) = \int_0^t \alpha(z)dz \tag{22}$$

Wariancja $A(t)$ jest rozwiązaniem całki:

$$A(t)=\int_0^t \beta(z)dz \tag{23}$$

Nalot statku powietrznego określa się wg zależności

$$t=t_N=\sum_{i=1}^{N} t_i$$

gdzie: t_i – czas trwania i-tego lotu;

Rozwiązanie całki (22) ma postać:

$$B(t)=\int_0^t \alpha(z)dz=[a_o^{\frac{2-m}{2}}+\frac{2-m}{2}\lambda C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m]t]^{\frac{2}{2-m}}-a_o \tag{24}$$

Zależność (24) określa średni przyrost długości pęknięcia w przedziale czasu (nalotu) o długości t.

Rozwiązanie całki (23) ma postać:

$$A(t)=\frac{2}{2+m} C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} \frac{E[(\sigma^{\max})^{2m}]}{E[(\sigma^{\max})^m]}[(a_o^{\frac{2-m}{2}}+\frac{2-m}{2}\lambda C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m]t)^{\frac{2+m}{2-m}}-a_o^{\frac{2+m}{2}}] \tag{25}$$

Zależność (21) jest poszukiwaną funkcją gęstości długości pęknięcia w funkcji nalotu statku powietrznego. Dla tej funkcji gęstości, wartość średnia długości pęknięcia w funkcji czasu przedstawia zależność (24) a wariancja zależność (25).

3. Określenie ryzyka uszkodzenia katastroficznego elementu konstrukcji statku w aspekcie zmęczenia oraz trwałości zmęczeniowej

Do wyznaczenia wartości krytycznej długości pęknięcia skorzystamy ze współczynnika intensywności naprężeń w postaci:

$$K=M_K\sigma\sqrt{\pi a} \tag{26}$$

gdzie:

M_K – współczynnik korekcyjny, który obejmuje charakterystyki geometryczne skończoności wymiarów elementu i kształtu pęknięcia;

σ – obciążenie elementu.

Współczynnik określony zależnością (26) w przypadku krytycznej długości pęknięcia a_{kr} i krytycznego naprężenia σ_{kr} staje się wielkością krytyczną K_c i nazywany jest odpornością materiału na pękanie (wytrzymałością na pękanie).

$$K_c = M_K \sigma_{kr} \sqrt{\pi \, a_{kr}} \tag{27}$$

Wykorzystując zależność (27) można określić wartość krytycznej długości pęknięcia

$$a_{kr} = \frac{K_c^2}{M_K{}^2 \sigma_{kr}^2 \pi} \tag{28}$$

Przekroczenie wartości krytycznej pęknięcia prowadzi do katastroficznego zniszczenia elementu. Wprowadzając współczynnik bezpieczeństwa można wyznaczyć wartość dopuszczalną pęknięcia. Wzór obliczeniowy przyjmuje postać:

$$a_d = \frac{K_c^2}{k \, M_K{}^2 \sigma_{kr}^2 \pi} \tag{29}$$

gdzie:

k – współczynnik bezpieczeństwa;

σ_{kr} – maksymalna wartość naprężenia eksploatacyjnego elementu konstrukcji.

Wykorzystując funkcje gęstości długości pęknięcia (21) i wzór (28), można określić zależność na oszacowanie ryzyka pęknięcia katastroficznego elementu dla nalotu równego t:

$$Q(t) = \int_{a_{kr}}^{\infty} u(a,t)\,da \tag{30}$$

Ryzyko uszkodzenia elementu z uwzględnieniem współczynnika bezpieczeństwa będzie określone następującą zależnością:

$$\overline{Q}(t) = \int_{a_d}^{\infty} u(a,t)\,da \tag{31}$$

Wykorzystując zależności (30) lub (31), można oszacować trwałość zmęczeniową elementu dla przyjętego poziomu ryzyka uszkodzenia. Wzór obliczeniowy ma postać:

$$\overline{Q}(t)_{dop} = \int_{a_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi A(t)}} e^{-\frac{(a-B(t))^2}{2A(t)}} da \tag{32}$$

Do unormowania funkcji gęstości długości pęknięcia wykorzystujemy zależność:

$$Z_t = \frac{a - B(t)}{\sqrt{A(t)}} \tag{32}$$

Zależność (32) po unormowaniu przyjmuje postać:

$$\overline{Q}(t)_{dop} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{a_d - B(t)}{\sqrt{A(t)}}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}Z_t^2} dz \tag{33}$$

Prawą stronę zależności (33) możemy wyznaczać z wykorzystaniem tablic rozkładu normalnego. Ustalając $\overline{Q}(t)^{*}_{dop}$ (wymagane) znajdujemy taką wartość czasu, dla którego lewa strona zależności (33) będzie równa prawej. Określona w ten sposób wartość „t” będzie poszukiwaną trwałością dla przyjętego poziomu $\overline{Q}(t)_{dop}$.

4. Przykład liczbowy i uwagi końcowe

W celu zilustrowania opracowanej metody postanowiono podać przykład obliczeniowy trwałości zmęczeniowej hipotetycznego elementu konstrukcji lotniczej, którego geometria przedstawiona została na rysunku 1.

Dla przyjętego materiału elementu konstrukcji określono wartości współczynników:

$$m = 2{,}362$$
$$C = 2 \cdot 10^{-11}$$

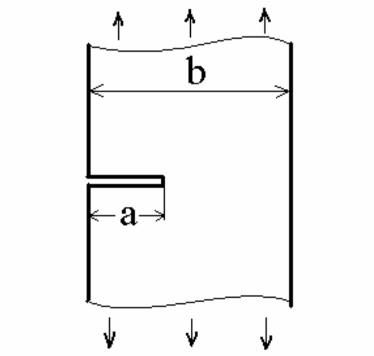
Maksymalne wartości obciążenia elementu w przyjętych progach oraz ich częstości zestawione zostały w poniższej tabeli:

Wartość maksymalna obciążenia progu	$\sigma_1^{max} =$ 15 MPa	$\sigma_2^{max} =$ 16 MPa	$\sigma_3^{max} =$ 18 MPa	$\sigma_4^{max} =$ 20 MPa	$\sigma_5^{max} =$ 23 MPa	$\sigma_6^{max} =$ 28 MPa	$\sigma_7^{max} =$ 30 MPa
Częstość występowania	$P_1 = 0{,}1483$	$P_2 = 0{,}0241$	$P_3 = 0{,}0207$	$P_4 = 0{,}3172$	$P_5 = 0{,}4034$	$P_6 = 0{,}0414$	$P_7 = 0{,}0448$

Na podstawie tabeli zostały obliczone następujące wartości momentów:

$$E[(\sigma^{\max})^m] = P_1(\sigma_1^{\max})^m + P_2(\sigma_2^{\max})^m + \ldots + P_L(\sigma_L^{\max})^m = 1410{,}6573[MPa^m]$$
$$E[(\sigma^{\max})^{2m}] = P_1(\sigma_1^{\max})^{2m} + P_2(\sigma_2^{\max})^{2m} + \ldots + P_L(\sigma_L^{\max})^{2m} = 2329344{,}64[MPa^{2m}]$$

W prezentowanym przykładzie do obliczeń przyjęto początkową długość pęknięcia elementu a_0 = 0,5 mm, natomiast dopuszczalną długość pęknięcia a_d = 10 mm, przy całkowitej szerokości elementu b = 37 mm. W następnej kolejności wyznaczony został współczynnik korekcyjny M_K, uwzględniający skończoność wymiarów elementu. Jego obliczenia zostały przeprowadzone na podstawie dostępnych w literaturze wzorów empirycznych dla określonej na rysunku 1 geometrii elementu.



Rys. 1. Geometria elementu zawierającego pęknięcie
Fig. 1. The geometry of the element with cracking

Dla określonej geometrii zależność na współczynnik M_K przedstawia się następująco:

$$M_K = 1{,}12 - 0{,}231\left(\frac{a}{b}\right) + 10{,}55\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 21{,}72\left(\frac{a}{b}\right)^3 - 30{,}39\left(\frac{a}{b}\right)^4 = 1{,}2367\,.$$

Przystąpiono następnie do wyznaczenia funkcji $A(N_Z)$ oraz $B(N_Z)$ wg wzorów:

$$B(N_Z) = [a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2} C\, M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m] N_Z]^{\frac{2}{2-m}} - a_o$$

$$A(N_Z) = \frac{2}{2+m} C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} \frac{E[(\sigma^{\max})^{2m}]}{E[(\sigma^{\max})^m]} [(a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2} C\, M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m] N_Z)^{\frac{2+m}{2-m}} - a_o^{\frac{2+m}{2}}],$$

gdzie: N_Z jest to zmienna oznaczająca liczbę cykli obciążenia elementu.

W wyniku obliczeń otrzymano następujące funkcje:

$$B(N_Z) = [1{,}1336694 - 3{,}26 \cdot 10^{-8} \cdot N_Z]^{-5{,}52486} - 0{,}5$$

$$A(N_Z) = 9{,}67 \cdot 10^{-8}[(1{,}1336694 - 3{,}26 \cdot 10^{-8} \cdot N_Z)^{-12{,}04972} - 0{,}2205228]$$

Wykorzystując zależność(32) o postaci:

$$\overline{Q}(N_Z)_{dop} = \int_{l_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\, A(N_Z)}}\, e^{-\frac{(a - B(N_Z))^2}{2A(N_Z)}}\, da$$

dążono do oszacowania trwałości zmęczeniowej elementu dla przyjętego poziomu ryzyka uszkodzenia. Ustalając wymagany poziom ryzyka uszkodzenia $\overline{Q}(N_Z)^*_{dop} = 0{,}00001$ poszukiwano takiej wartość liczby cykli obciążenia N_Z, dla której lewa strona zależności będzie równa prawej.

Określona na podstawie obliczeń numerycznych wartość liczby cykli obciążenia $N_Z = 1{,}47269 \cdot 10^7\, cykli$ jest poszukiwaną trwałością elementu dla przyjętego poziomu $\overline{Q}(t)_{dop}$, wyrażoną w cyklach obciążenia.

Wyznaczone w niniejszej pracy: funkcja gęstości długości pęknięcia zmęczeniowego oraz zależności umożliwiające wyznaczenie ryzyka uszkodzenia i trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcji są bardzo ważne w badaniach niezawodnościowo-trwałościowych techniki lotniczej.

Zaletą prezentowanej metody jest fakt, że uwzględnia ona losowe wartości naprężeń w locie oraz może być stosowana dla materiałów, w których współczynnik m zależności Parisa jest różny od dwóch. Planuje się przeprowadzenie dalszej weryfikacji metody w oparciu o rzeczywiste dane eksploatacyjne elementów konstrukcji lotniczych.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2006–2008 jako projekt badawczy.

Praca wpłynęła do Redakcji 17.04.2007 r.

Literatura

[1] Szczepanik R., Tomaszek H., Jasztal M.: Zarys metody określania rozkładu czasu narastania pęknięcia elementu do wartości granicznej w warunkach zmęczenia w procesie eksploatacji statku powietrznego, ZEM Zeszyt 3(147), 2006, s. 81–89.

[2] Kocańda S.: Zmęczeniowe pękanie metali. WNT, Warszawa 1985.

[3] Kocańda S., Tomaszek H.: Probabilistyczna ocena trwałości zmęczeniowej elementów konstrukcyjnych w warunkach rozwoju pęknięć, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika nr 50, Kielce 1993, s. 259–272.

[4] Szczepanik R., Tomaszek H.: Metoda określania rozkładu czasu do przekroczenia stanu granicznego, ZEM Zeszyt 4(144), 2005, s. 35–44.
[5] Tomaszek H.: Zarys metody określania rozkładu czasu wzrostu pęknięcia zmęczeniowego do wartości dopuszczalnej w wybranych elementach statku powietrznego w warunkach eksploatacji. ITWL, Opracowanie wewnętrzne niepublikowane, Warszawa 2006.

Outline of the method of damage risk and fatigue life determination selected aircraft's elements in using condition, with use of Paris formula for m≠2

S u m m a r y

Method of damage risk and fatigue life determination selected aircraft's elements in using condition has been presented in this paper. Authors took into consideration stress intensity factor and Paris formula for m ≠ 2 as a starting point for mathematical model creation. Fatigue crack growth model was created on the basis of partial differential equation type Fokker-Planck in the form:

$$\frac{\partial u(a,t)}{\partial t} = -\alpha(t)\frac{\partial u(a,t)}{\partial a} + \frac{1}{2}\beta(t)\frac{\partial^2 u(a,t)}{\partial a^2} \tag{*}$$

Result of above-mentioned equation serves for determination of crack length density function in the form:

$$u(a,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A(t)}}\; e^{-\frac{(a-B(t))^2}{2A(t)}} \tag{**}$$

where:

$$B(t) = [a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2}\lambda C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m]t]^{\frac{2}{2-m}} - a_o$$ – average increment of fatigue crack during t time;

$$A(t) = \frac{2}{2+m} C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} \frac{E[(\sigma^{\max})^{2m}]}{E[(\sigma^{\max})^m]} [(a_o^{\frac{2-m}{2}} + \frac{2-m}{2}\lambda C M_K^m \pi^{\frac{m}{2}} E[(\sigma^{\max})^m]t)^{\frac{2+m}{2-m}} - a_o^{\frac{2+m}{2}}] -$$

variance of fatigue crack during t time;

Furthermore, equation (**) serve for damage risk determination for t time of flight in the form:

$$\overline{Q}(t)_{dop} = \int_{a_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi A(t)}}\, e^{-\frac{(a-B(t))^2}{2A(t)}}\, da \tag{***}$$

Moreover, formula (***) for established (acceptable) value $\overline{Q}(t)^*_{dop}$ give possibility of fatigue life determination in the form of t.